



**FAABORG-MIDTFYN
KOMMUNE**

Sammen skaber vi det bedste sted at bo

Regnestrategier



Talbegrebet

Når vi fødes kan vi skelne antal op til 4 uden at kunne tælle og vi kan skelne mellem større mængder også uden at tælle, dette er en egenskab vi deler med mange forskellige dyrearter.

Det er vigtigt at vedligeholde evnen til at kunne genkende antal uden at skulle tælle. Det er ret almindeligt, at elever i indskoling tæller selv små mængder som 2, 3 og 4 frem for blot at konstatere antallet. Programmet her lægger op til antalsgenkendelse og til at bruge det til enkle opgaver, hvor tal lægges sammen:

[Antalsgenkendelse 1](#)
[Vejledning](#)

https://matematik.fmkuv.dk/talgenkendelse_1.php
<https://matematik.fmkuv.dk/Antalsgenkendelse%201.pdf>

Talbegrebet omhandler talnavne der dels beskriver antal dels en rækkefølge. Talnavne der beskriver antal betegnes som kardinaltal, mens talnavne der beskriver rækkefølge betegnes ordinaltal.

Når vi for eksempel beskriver rækkefølgen første, anden tredje osv. bruger vi ordinaltal, og når vi tæller en, to tre osv. tænker vi i antal.

Omkring toårsalderen begynder børn at udvikle et talbegreb. I starten opfattes talnavnene som ord og forbindes ikke med antal. Børn i den alder kan godt lære en remse som at tælle til 10, uden at forbinde det med antal. Talbegrebet er først på plads, når barnet i en tællesituation forstår, at det sidst nævnte talnavn er et udtryk for det antal, der tælles.

I disse programmer kan du lære om sammenhængen mellem tallenes navne og de antal de repræsenterer:

[Talnavne 1](#)
[Vejledning](#)

https://matematik.fmkuv.dk/talnavne_1.php
<https://matematik.fmkuv.dk/Talnavne%201.pdf>

[Talnavne 2](#)
[Vejledning](#)

https://matematik.fmkuv.dk/talnavne_2.php
<https://matematik.fmkuv.dk/Talnavne%202.pdf>

Talforståelsen

Grundlæggende for talforståelsen er, at talnavnene beskriver antal og rækkefølge, og næste trin i udviklingen af talforståelse er en viden om, hvordan vores talsystem fungerer.

I menneskets historie har der eksisteret mange forskellige talsystemer, og vores, decimalsystemet, er blandt nogle af de yngste. Det er første gang blevet beskrevet år 662 og stammer fra Indien, også selvom tallene ofte omtales som arabertal.

Decimalsystemet er et positionssystem, hvor tallene består af cifre og decimaler. Cifrene repræsenterer enere, tiere, hundreder, tusinder osv. og decimalerne repræsenterer tiendedele, hundreddele, tusinddele osv.

Et tal som 1234,56 består af 1 tusinder, 2 hundreder, 3 tiere, 4 enere, 5 tiendedele og 6 hundreddele. Som tal alene, er det en abstrakt størrelse, men når det får lov til at beskrive noget konkret, som for eksempel penge, bliver det straks meget mere nærværende. Programmerne her lægger op til at kombinere positionsværdierne enere, tiere, hundreder og tusinder med matematikpenge:

Positionsværdier 1
Vejledning

https://matematik.fmkuv.dk/positionsvaerdier_1.php
<https://matematik.fmkuv.dk/Positionsvaerdier%201.pdf>

Positionsværdier 2
Vejledning

https://matematik.fmkuv.dk/positionsvaerdier_2.php
https://matematik.fmkuv.dk/positioner_penge_2.php

Regnestrategier

Det første børn lærer at tælle er ofte deres fingre, så når de begynder i skolen, burde der ikke være nogen grund til at tælle efter om der nu stadigvæk er 5 fingre. Ikke desto mindre er det almindeligt, at børn tæller fingrene igen og igen, når de for eksempel skal lægge 2 og 3 sammen.

Fem fingre giver god anledning til at lære at bruge talvenner, her fem-venner. Fem-vennerne bliver på den måde: 1 og 4, 2 og 3, 3 og 2 samt 4 og 1. Ret hurtigt vil det blive tydeligt, at $1+4 = 4+1$ og at $2+3 = 3+2$, og der er hermed gjort en vigtig opdagelse, at når man lægger tal sammen, har rækkefølgen ingen betydning.

Regnestrategier deles op i 2, tællestrategier og hukommelsesstrategier.

Tællestrategier

Tællestrategierne er de første børn møder og i starten tælles alt indtil flere gange. Skal for eksempel 3 og 4 lægges sammen tælles der først til 3 bagefter til 4 og derefter tælles der til 7. Der kan være brugt genstande eller tegnet streger, for at have styr på antallene.

Næste trin i udviklingen vil være at der først tælles fra et af tallene, for eksempel fra 3 og 4 frem til 7, og på et tidspunkt vil man vælge at tælle fra det største tal og fremad.

Hukommelsesstrategier

Den første hukommelsesstrategi går ud på at kunne huske opgaven. "Jeg ved at $2 + 2$ er 4 og at $4 + 4$ er 8", er udsagn børn ofte kommer med og viser dermed, at de er glade for at kunne regne.

Her kan man spørge: "Når du ved at $2 + 2$ er 4, hvad er så $2 + 3$?"

I en lidt mere avanceret strategi trækker eleven fra: "Når jeg ved at $4 + 4$ er 8, så er $4 + 3 = 7$ fordi det er 1 mindre.

Det er vigtigt at udvikle hukommelsesstrategier, men det betyder ikke at man skal holde op med at tælle. Hvis vi skal finde ud af antal i store mængder, vil vi skulle tælle, men her hjælper det at sortere i tiere, hundreder og tusinder om nødvendigt.

Tiervenner

Tiervennerne har vi lige ved hånden og fingrene er et godt redskab til at lære at bruge dem.

Ved at kigge på alle ti fingre på fremstrakte hænder og holde 1, 2, 3 osv. fingre for sig selv kommer man både til at tænke på tiervennerne og på at trække tal fra hinanden:

$1+9=10$ og $10-1=9$; $2+8=10$ og $10-2=8$; $3+7=10$ og $10-3=7$ osv.

Tiervennerne kan også øves her:

Tiervenner 1
Vejledning

https://matematik.fmkuv.dk/tiervenner_1.php
<https://matematik.fmkuv.dk/Tiervenner%201.pdf>

Når man kan tiervennerne, kan man gå videre til tyve-venner og tredive-venner:

Tiervenner 4
Vejledning

https://matematik.fmkuv.dk/tiervenner_4.php
<https://matematik.fmkuv.dk/Tiervenner%204.pdf>

Regnestrategier addition

Tiervennerne er gode at bruge, når man skal udvikle regnestrategier. Hvis man skal lægge tallene 1, 4 og 9 sammen, er det smarteste at lægge 1 til 9 og derefter 4 til 10.

Nogle elever bruger i den tidlige matematikundervisning tællestrategier, når der skal lægges enere til tiere, men når først man har oplevet, hvor enkelt det er at lægge for eksempel 1, 2 eller 3 til 10, tages der et stort skridt fremad. Programmet her kan bruges til at få skabt forståelsen for, hvor enkelt det er at lægge enere og tiere sammen:

Addition med tiere 1
Vejledning

https://matematik.fmkuv.dk/addition_tiere_1.php
<https://matematik.fmkuv.dk/Addition%20tiere%201.pdf>

Når forståelsen for addition med tiere er på plads, kan arbejdet med at lære regnestrategier med tiervenner begynde. Programmerne her lægger op til den form for regnestrategi:

Additionsstrategier 1
Vejledning

https://matematik.fmkuv.dk/additionsstrategier_1.php
<https://matematik.fmkuv.dk/Additionsstrategier%201.pdf>

Additionsstrategier 2
Vejledning

https://matematik.fmkuv.dk/additionsstrategier_2.php
<https://matematik.fmkuv.dk/Additionsstrategier%202.pdf>

Når der arbejdes med regnestrategier, er det vigtigt at være opmærksom på, at elever der undervises i regnemetoder andre har udviklet oftere kommer i matematikvanskeligheder. Det er af stor betydning at man selv får lov til at udvikle først talforståelse, derefter regnestrategier og til sidst sine egne metoder til beregninger inden for de fire regnearter.

Hvordan ville man for eksempel finde frem til et samlet antal perler, hvis man havde to poser, en med 457 perler og en med 239? Man ville måske samle hundrederne, tiere og enerne for sig, og så ville regnestykket være ret enkelt: $400 + 200 + 50 + 30 + 7 + 9 = 600 + 80 + 16 = 696$. For at kontrollere kunne tallene afrundes til helt antal hundreder: 457 afrundes til 500 og 239 afrundes til 200. $500 + 200 = 700$, så det samlede antal på 696 er ikke helt ved siden af. Det er vigtigt allerede på et tidligt tidspunkt at kunne afrunde tal til nærmeste tiere og hundreder, og programmet her kan bruges til at lære det:

Afrunding 1
Vejledning

https://matematik.fmkuv.dk/afrounding_1.php
<https://matematik.fmkuv.dk/afrounding%201.pdf>

Tiervennerne kan bruges i forhold til alle positionsværdier.

9 og 5 skal lægges sammen, 1 er tierven med 9, så der trækkes 1 fra 5 og resten lægges til 10: $9+1+4=14$

Enere: $9 + 5 = 9 + 1 + 4 = 14$

Tiere: $90 + 50 = 90 + 10 + 40 = 140$

Hundreder: $900 + 500 = 900 + 100 + 400 = 1400$

Denne måde at tænke addition på, kan der arbejdes med i dette program:

Addition med penge
Vejledning

https://matematik.fmkuv.dk/addition_penge_1.php
<https://matematik.fmkuv.dk/Addition%20penge%201.pdf>

Regnestrategier multiplikation

Når forståelsen for addition er på plads, ligger det lige for, at kigge på multiplikation. Multiplikation er grundlæggende det samme som addition, man kan på en måde sige, at det at gange er en smart måde at lægge de samme tal sammen flere gange.

Eks.: $2 + 2 + 2 + 2 = 4 \cdot 2$, fordi 2 skal lægges sammen med sig selv 4 gange.

Når der er styr på positionsværdierne, er det ikke vanskeligere at gange 4 med 20 eller med 200:

$$4 \cdot 2 = 2 + 2 + 2 + 2 = 8$$

$$4 \cdot 20 = 20 + 20 + 20 + 20 = 80$$

$$4 \cdot 200 = 200 + 200 + 200 + 200 = 800$$

Det er for så vidt heller ikke vanskeligere at gange 4 med 222:

$$4 \cdot 222 = 222 + 222 + 222 + 222 = 888$$

Bliver det sværere, hvis der forekommer tierovergange?

$$4 \cdot 232 = 4 \cdot 200 + 4 \cdot 30 + 4 \cdot 20$$

$$4 \cdot 2 = 2 + 2 + 2 + 2 = 8$$

$$4 \cdot 30 = 30 + 30 + 30 + 30 = 120$$

$$4 \cdot 200 = 200 + 200 + 200 + 200 = 800$$

$$4 \cdot 232 = 8 + 120 + 800 = 928$$

Det er en stor hjælp for forståelsen at bruge konkrete, i dette program kan du gange med op til 4, idet du bruger matematikpenge som konkrete:

Multiplikation med penge 1
Vejledning

https://matematik.fmkuv.dk/Multiplikation_penge_1.php
<https://matematik.fmkuv.dk/Multiplikation%20penge%201.pdf>

Den lille tabel

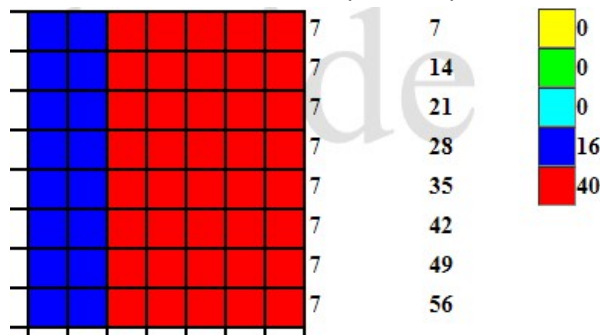
Når emnet er multiplikation tænkes der ofte på den lille tabel, og der er i tidens løb brugt megen tid på at øve den. Resultatet står for mange elever ikke mål med anstrengelserne og især volder tabellerne over 5 de største problemer.

Er du sikker til og med 5-tabellen, er du også sikker i de sidste, for alle tal kan deles op. Tænk på $8 \cdot 7$.

$$7 = 5 + 2, \text{ så } 8 \cdot 7 = 8 \cdot 5 + 8 \cdot 2 = 40 + 16 = 56$$

Ved at dele 7 op i 5 og 2, bliver udregningen lettere at udføre ved at bruge 5-tabellen og 2-tabellen og lægge de to delresultater sammen.

Udregningen kan også illustreres som vist på billedet her. Du kan, for bedre at forstå udregningen, enten tegne det på et stykke ternet papir eller bruge dette program:



Mønstre 1
Vejledning

https://matematik.fmkuv.dk/moenstre_1.php
<https://matematik.fmkuv.dk/Moenstre%201.pdf>

Når du ganger flercifrede tal, er det også en god ide, at dele tallene op, som vist her:

$$5 \cdot 12 = 5 \cdot 10 + 5 \cdot 2 = 50 + 10 = 60$$

$$5 \cdot 112 = 5 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 5 \cdot 2 = 500 + 50 + 10 = 560$$

Eksemplerne viser, at det er vigtigt at have styr på multiplikation med 10, 100, 1000 osv., og den bedste måde at blive sikker i det, er at bygge sin egen forståelse op. Forståelsen for multiplikation med 10, 100, 1000 osv. kan fås ved at man ganger forskellige tal med 10, 100, 1000, osv. med en lommeregner, men programmet her kan også bruges:

Gange med ti 1
Vejledning

https://matematik.fmkuv.dk/gange_med_ti_1.php
<https://matematik.fmkuv.dk/Gange%20med%20ti%201.pdf>

Når et tal skal ganges med 9, er det enklere at gange tallet med 10 og trække tallet fra:

$$8 \cdot 9 = 8 \cdot 10 - 8 = 80 - 8 = 72$$

Det er fint at kunne den lille tabel, men frem for at alle i en klasse skal lære den samtidigt, kunne det være en god ide, at lade hver især lære eller arbejde med den i sit eget tempo. Dette program lægger op til denne måde at lære på:

Den lille tabel
Vejledning

https://matematik.fmkuv.dk/den_lille_tabel.php
<https://matematik.fmkuv.dk/Den%20lille%20tabel.pdf>

Fordoblinger

En anden strategi til multiplikation er at bruge fordoblinger, det var en teknik der blev brugt i oldtidens Egypten.

$$1 \cdot 12 = 12$$

$$2 \cdot 12 = 24$$

$$4 \cdot 12 = 48$$

$$5 \cdot 12 = 1 \cdot 12 + 4 \cdot 12 = 12 + 48 = 60$$

Regnestrategier division

Som tidligere nævnt har multiplikation og division meget med hinanden at gøre. Tænk på en opgave som:
 $60 : 12 = ??$

Hvis du tænker på opgaven som noget konkret, for eksempel at der kommer 60 personer til en fest og de skal sidde ved borde, hvor der er plads til 12, hvor mange borde skal der bruges?

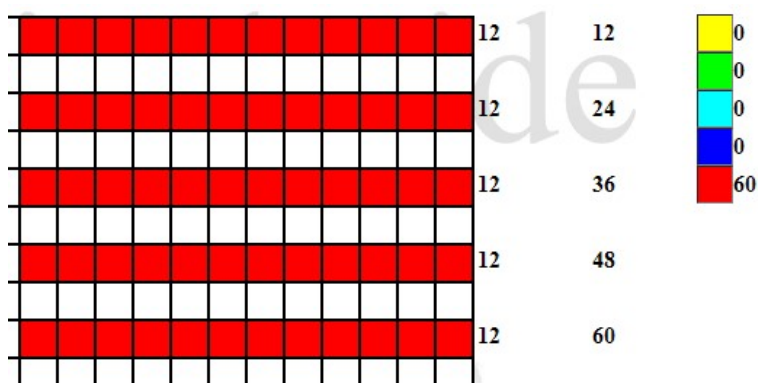
1 bord = 12 personer

2 borde = 24 personer

3 borde = 36 personer

4 borde = 48 personer

5 borde = 60 personer



Programmet Mønstre 1:

https://matematik.fmkuv.dk/moenstre_1.php, der er nævnt under multiplikation kan bruges til at anskueliggøre fordelingen ved de 5 borde.

Fordoblinger:

1 bord = 12 personer

2 borde = 24 personer

4 borde = 48 personer

48 + 12 = 60

Ved division kan der også deles op i mindre og overskuelige dele, tænk på opgaven $96 : 8 = ??$

Opgaven kan oversættes til at 8 elever skal dele 96 kr. Den besværlige måde ville være, at du gav de 8 elever først 1 kr. hver, så 1 til og at du fortsatte indtil alle 96 kr. var delt ud. Du ville helt sikkert hurtigt overveje om de 8 ikke kunne få lidt mere ad gangen, kunne du for eksempel give dem 10 kr. hver?

$10 \cdot 8 = 80$, og når der er 96, kan det godt gå an. Hvor meget er der tilbage ?

$96 - 80 = 16$, så de 8 elever kan få hver 2 mere. Der blev således 12 til hver.

Regnestrategier subtraktion

Lige som ved addition, vil de første strategier ofte gå ud på at tælle. Først tælles det hele, dernæst det, der skal trækkes fra eller fjernes og til sidst tælles det, der er tilbage.

Det er en sikker strategi, men som ved addition, er det ikke godt at blive hængende i den.

En anden strategi går ud på at tælle op: $12 - 8 = ??$

Hvad skal jeg lægge til 4 for at få 12?

$8 + 4 = 12$, altså er $12 - 8 = 4$

Denne strategi kan bruges på tal i alle størrelser og i en tid, hvor der blev brugt kontanter, var den meget brugt.

Eks.: $248 - 129 = ??$

$129 + 100 = 229$

$229 + 10 = 239$

$239 + 9 = 248$

I disse programmer kan du arbejde med subtraktion, hvor du bruger matematikpenge som konkrete:

Subtraktion med penge
Vejledning

https://matematik.fmkuv.dk/subtraktion_penge_1.php
<https://matematik.fmkuv.dk/Subtraktion%20med%20penge%201.pdf>

Penge retur 1
Vejledning

https://matematik.fmkuv.dk/penge_retur_1.php
<https://matematik.fmkuv.dk/Penge%20retur%201.pdf>

En anden tilgang kunne være:

Forestil dig, at du har 248 kr. og køber noget til 129 kr.

Først lægger du 100 kr. Du har nu 148 kr. tilbage og mangler at betale 29 kr.

$248 - 129 = 148 - 29$

Dernæst lægger du 20 kr. Du har nu 128 kr. tilbage og mangler at betale 9 kr.

$148 - 29 = 128 - 9$

Du lægger nu 8 kr. og du har nu 120 kr. tilbage og mangler at betale 1 kr.

$128 - 9 = 120 - 1$

$120 - 1 = 119$

Med lidt øvelse vil du kunne nå frem til at gøre det i færre trin:

$$248 - 129 = 120 - 1 = 119$$

Du kan øve dig i at se, hvad du kan gøre med programmerne her:

Subtraktionsstrategier 1 Vejledning	https://matematik.fmkuv.dk/subtraktionsstrategier_1.php https://matematik.fmkuv.dk/Subtraktionsstrategier%201.pdf
Subtraktionsstrategier 2 Vejledning	https://matematik.fmkuv.dk/subtraktionsstrategier_2.php https://matematik.fmkuv.dk/Subtraktionsstrategier%202.pdf
Subtraktionsstrategier 3 Vejledning	https://matematik.fmkuv.dk/subtraktionsstrategier_3.php https://matematik.fmkuv.dk/Subtraktionsstrategier%203.pdf
Subtraktionsstrategier 4 Vejledning	https://matematik.fmkuv.dk/subtraktionsstrategier_4.php https://matematik.fmkuv.dk/Subtraktionsstrategier%204.pdf
Subtraktionsstrategier 5 Vejledning	https://matematik.fmkuv.dk/subtraktionsstrategier_5.php https://matematik.fmkuv.dk/Subtraktionsstrategier%205.pdf
Subtraktionsstrategier 6 Vejledning	https://matematik.fmkuv.dk/subtraktionsstrategier_6.php https://matematik.fmkuv.dk/Subtraktionsstrategier%206.pdf

Brøker

Brøker og division har ret meget med hinanden at gøre, og det er vigtigt at være opmærksom på det.

Når du halverer noget, deler du det i 2 og får to halvdele: $1 : 2 = 1/2$ og $1/2 + 1/2 = 2/2 = 1$

Når du deler med 4 får du 4 fjerdedele: $1 : 4 = 1/4$ og $1/4 + 1/4 + 1/4 + 1/4 = 4/4 = 1$

$1/2$ og $1/4$ er brøker, der begge har tælleren 1 og alle brøker, hvor tælleren er 1 kaldes stambrøker.

Tallet 1 kan deles op i forskellige stambrøker, lige som en pizza kan det:

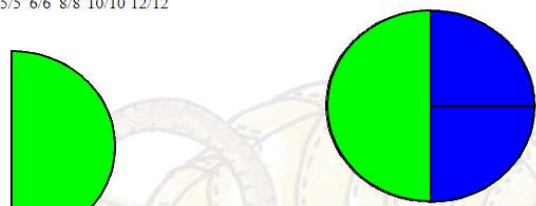
$$1 = 1/2 + 1/4 + 1/4$$

Billedet til højre er fra et program, hvor du kan arbejde med at kombinere forskellige stambrøker til en hel:

1/2	1/3	1/4
1/5	1/6	1/8
1/10	1/12	Slet
☒	☐	☐

2/2 3/3 4/4 5/5 6/6 8/8 10/10 12/12

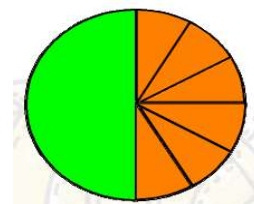
$$60/120 + 30/120 + 30/120 = 120/120 = 1 = 100\%$$



Stambrøker 1 Vejledning	https://matematik.fmkuv.dk/stambroeker_1.php https://matematik.fmkuv.dk/Stambr%C3%B8ker%201.pdf
----------------------------	--

Bemærk, at alle brøkerne kan tilpasses hinanden, så du kan lægge dem sammen, de har alle fået samme nævner: $1/2 = 60/120$ og $1/4 = 30/120$. Når nævneren 120 er valgt, skyldes det at den mindste brøkdel, der arbejdes med i programmet er $1/12$.

Hvorfor er $1/12$ mindre end $1/2$? Tænk på at hvis I er 2 om at dele en pizza, så får I hver især mere end hvis I var 12 om at dele den. Billedet her til højre viser en opdeling i $1/2$ og $6/12$, og det er ret tydeligt, at $1/2$ er 6 gange større end $1/12$.



I oldtidens Egypten regnede man kun med stambrøker, og det hang givetvis sammen med, at man ikke brugte en brøkstreg.

Programmet Stambrøker 1 kan bruges som en form for puslespil, hvor du kan kombinere forskellige brøkdele og tænke over hvornår og hvilke der passer sammen. Du kan se at de passer sammen, når alle dele til sammen giver $120/120 = 100\%$

Bemærk at brøkerne skrives som brøker, som decimaltal og som procentangivelse, de har her tre forskellige repræsentationer.

$$1/2 = 0.5 = 50\%.$$

$50\% = 50/100$, så procentangivelsen er bare en brøk med nævneren 100.

Matematik er også et sprog, det eneste, der forstås af alle uanset modersmål, og for at kunne blive sikker i det matematiske sprog, er det vigtigt at have mange forskellige repræsentationer for begreberne.

Matematikvanskeligheder

I Faaborg Midtfyn Kommune er der foretaget systematiske undersøgelser af sammenhængen mellem undervisning i standardiserede regnemetoder, de såkaldte standardalgoritmer og matematikvanskeligheder.

Undersøgelserne har vist, at en meget stor del af eleverne kom i matematikvanskeligheder, fordi de ikke forstod og ikke kunne huske de mange forskellige og ofte fantasifulde standardalgoritmer. For en stor del af disse elever endte det også med at de udviklede matematikangst.

Materialet her skal ses i dette perspektiv og som et forsøg på at hjælpe til en bedre tilgang til matematikken.

Hvis du vil vide mere om matematikvanskeligheder som følge af undervisning i standardiserede regnemetoder, kan du hente dette hæfte:

[Når matematikken bliver til trylleformularer](https://matematik.fmkuv.dk/naar%20matematikken%20bliver%20til%20trylleformularer.pdf)

<https://matematik.fmkuv.dk/naar%20matematikken%20bliver%20til%20trylleformularer.pdf>

Peter Albrekt

Matematikkonsulent

Center for Opvækst og Læring

Faaborg Midtfyn Kommune